

**Условия заданий II (районного/городского) этапа
ученической олимпиады по математике
2014-2015 учебного года**

6 класс

1. Найти значение выражения:

$$\frac{36}{5 \cdot 7} - \frac{1}{5 \cdot 6 \cdot 7} - \frac{1}{6 \cdot 7 \cdot 8} - \frac{1}{6 \cdot 8}$$

2. Клоун сказал, что количество котят, которые у него живут, равняется $\frac{3}{4}$ их количества и еще $\frac{3}{4}$ котенка. Слова « $\frac{3}{4}$ котенка» вызвали смех. Но клоун сказал правду. Сколько котят живет у клоуна?
3. Оля посчитала сумму наибольшего и наименьшего двузначных чисел, которые кратны трем, а Сергей посчитал сумму наибольшего и наименьшего двузначных чисел, которые не кратны трем. Чей результат больше и на сколько?
4. Павел, Петр и Василий играли в футбол и попали мячом в окно. Павел сказал: «Это не я разбил окно», а Петр заявил: «Это Василий разбил окно». Потом выяснилось, что одно из этих утверждений правильное, а другое – нет. Кто из мальчиков разбил окно?
5. Восстановить запись умножения:

$$\begin{array}{r} \text{X X X X} \\ \text{X 9} \\ \hline \text{X 7 5 4 7} \\ \text{X X X X X} \\ \hline \text{2 5 8 8 6 X} \end{array}$$

Каждое задание оценивается в 7 баллов

**Условия заданий II (районного/городского) этапа
ученической олимпиады по математике
2014-2015 учебного года**

7 класс

1. Восстановить запись умножения:

$$\begin{array}{r} \text{X X X} \\ \text{X 8 X} \\ \hline \text{X X X X} \\ \text{X X X} \\ \text{X 7 X} \\ \hline \text{X X X X 5} \end{array}$$

2. Квадрат 3×3 заполнен цифрами так, как показано на рисунке. Разрешается ходить по клеткам этого квадрата, переходя из клетки в соседнюю (по стороне), но ни в какую клетку не разрешается попадать дважды.

1	8	4
6	3	9
5	7	2

Петя прошел по клеткам и выписал по порядку все цифры, встретившиеся на пути, - получилось число 84.937.561. Нарисуй другой путь так, чтобы получилось число побольше (чем больше, тем лучше).

3. Цена на товар была повышена на 20%, а потом два раза уменьшалась каждый раз на 10%. Как изменилась цена товара?
4. Если между цифрами двузначного числа вписать это же самое число, то полученное четырехзначное число будет больше данного в 77 раз. Найти это число.
5. Решить уравнение:

$$|x| = \frac{x}{2} + 2.$$

Каждое задание оценивается в 7 баллов

**Условия заданий II (районного/городского) этапа
ученической олимпиады по математике
2014-2015 учебного года**

8 класс

1. В простом двузначном числе цифра единиц на 2 больше цифры десятков. Если к этому числу прибавить 9, то полученная сумма будет больше 50, но меньше 97. Найти это число.
2. Отец в 5 раз старше сына. Отец окончил институт в 22 года. С тех пор прошло время, которое равно половине того, которое нужно сыну, чтобы ему тоже стало 22 года. Сколько лет сейчас сыну и сколько - отцу?
3. Биссектриса угла треугольника пересекает противоположную сторону под углом 73° , а биссектрису одного из двух других углов – под углом 58° . Найти углы треугольника.
4. Построить график функции:
$$y = \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-3|}{x-3}.$$
5. Решить уравнение $(a + 4)x - 2,5x = (a - 2)(a + 3) + 3,5x$ в зависимости от параметра a .

Каждое задание оценивается в 7 баллов

**Условия заданий II (районного/городского) этапа
ученической олимпиады по математике
2014-2015 учебного года**

9 класс

1. Какой сегодня день недели? Попробуйте установить это по предложенной информации: когда «послезавтра» станет «вчера», то «сегодня» будет так же далеко от «воскресенья», как и тот день, который был «сегодня», когда «позавчера» было «завтра».
2. Найти три целых числа, каждое из которых на 31 меньше произведения двух других.
3. Построить график функции:
$$y = \frac{x}{|x|} + \frac{|x+2|}{x+2} + |x-2|.$$
4. Радиус окружности, вписанной в равнобокую трапецию ABCD (AB || CD), в три раза больше радиуса окружности, вписанной в трапецию MNCD. AB = 9, MN = 1. Найти AM.
5. При каких значениях параметра a корни квадратного уравнения $x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 + a - 6 = 0$ принадлежат отрезку [2; 4] ?

Каждое задание оценивается в 7 баллов

**Условия заданий II (районного/городского) этапа
ученической олимпиады по математике
2014-2015 учебного года**

10 класс

1. Доказать, что $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
2. Длины сторон треугольника образуют геометрическую прогрессию со знаменателем $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$. Найти наибольший угол треугольника (в градусах).
3. Решить уравнение $\sqrt{x^2 - 5x + 6}(x^2 - 2x - 1) = 0$.
4. Футбольный турнир проходит в один круг. За победу давалось 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков. Могло ли так получиться, что команда, которая заняла на турнире первое место, при старой системе подсчета очков (победа – 2 очка, ничья – 1 очко, поражение – 0 очков) была бы последней? Ответ обоснуйте.
5. Решить уравнение $x^3 - ax^2 - (2a + 1)x + a^2 + a = 0$.

Каждое задание оценивается в 7 баллов

**Условия заданий II (районного/городского) этапа
ученической олимпиады по математике
2014-2015 учебного года**

11 класс

1. Василий и Петр составляют двенадцатизначное число, записывая цифры по очереди, начиная с высшего разряда. Доказать, что какие бы цифры не написал первым Василий, то Петр всегда сможет сделать так, чтобы полученное число делилось на 4.
2. В прямоугольном треугольнике биссектриса одного из острых углов равна $\frac{c\sqrt{3}}{3}$, где c – гипотенуза. Найти катеты этого треугольника.
3. Решить уравнение $x^2 + xy - y = 2$ в целых числах.
4. За круглым столом сидят 30 учеников, каждый из которых или всегда говорит правду, или всегда лжет. Известно, что среди двух соседей каждого лгуна есть один лгун. При опросе 12 учеников сказали, что один из их соседей лгун, а остальные сказали, что оба соседа – лгуны. Сколько лгунов сидит за столом?
5. Доказать, что если действительные числа x , y и z являются решениями системы $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ xy + xz + yz = 1 \end{cases}$, то все они принадлежат отрезку $\left[0; \frac{4}{3}\right]$.

Каждое задание оценивается в 7 баллов